



# **Análise reflexiva através da comparação entre a Teoria das Situações Didácticas e a Teoria da Objetivação, sobre a conceção de situações e/ou tarefas, implementadas por alguns professores do ensino básico.**

# **Análisis reflexivo a través de la comparación entre la Teoría de Situaciones Didácticas y la Teoría de la Objetivación, sobre el diseño de situaciones y/o tareas, que implementan algunos docentes de básica primaria.**

**Diana Yasmín Hernández y Bruno D'Amore**

## **Introducción**

El interés por estudiar el quehacer del docente de matemáticas se ha incrementado en las últimas décadas como lo indican Ponte y Chapman (2006), quienes además consideran que el conocimiento del profesor y práctica docente son dos aspectos útiles para examinar la actividad del docente.

Particularmente en el Doctorado Interinstitucional en Educación<sup>1</sup> (DIE), a partir del año 2016, se agregó la dicción “Didáctica de la Matemática C” (que estudia los años 2000-2020), la cual se caracteriza por el análisis de la figura del docente de Matemática, en particular lo relacionado con sus creencias y concepciones.

En (D'Amore, 2006, p. 3), así se propone la idea de Didáctica de la matemática “C”:

La Didáctica A estudia críticamente el conocimiento y sus formas de difusión; la Didáctica B estudia de forma crítica las formas de aprendizaje del alumno, subordinados a los problemas del aula que hemos aprendido a reconocer [contrato didáctico, obstáculos, situaciones de enseñanza, (...)]. Queda el problema de la influencia decisiva del profesor en todo esto, un problema que fue excesivamente subestimado hasta hace unos años; hoy sabemos, por ejemplo, que las convicciones del profesor (cuyo resultado y análisis crítico no forman parte en la Didáctica ni en la de A ni en la B) determinan y condicionan la enseñanza (A) y el aprendizaje (B), los obstáculos (sobre todo didácticos), la elección de las situaciones, las concepciones erróneas, la transición de las imágenes a los modelos, las cláusulas del contrato didáctico etc. (D'Amore, Fandiño Pinilla, 2004; 2005); así: la didáctica C trata de la epistemología del profesor, su formación, sus creencias, su papel.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Doctorado Interinstitucional en Educación DIE, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá - Colombia

<sup>2</sup> Traducción propia.

Dentro de la práctica docente se ha observado las implicaciones que tienen las creencias y concepciones<sup>3</sup> que tiene (casi siempre de forma implícita) el profesor y que a veces manifiesta o evidencia. Por lo general, estas implicaciones son adquiridas por formación profesional o a través de los años de experiencia laboral. Esto conlleva a cuestionarse cuáles aspectos epistemológicos constituyen la práctica de los docentes (a veces solo implícitamente), si es posible caracterizar este concepto y averiguar qué impacto tiene en la postura didáctica del docente, es decir en sus elecciones implícitas o explícitas.

Por lo ya mencionado y siguiendo esta línea de indagación, planteamos nuestra investigación que contribuye al análisis y la reflexión de las prácticas docentes de los profesores de básica primaria<sup>4</sup> que orientan el área de matemática, teniendo en cuenta sus creencias y concepciones, así como la manera (eventualmente espontánea) en que han implementado elementos de la teoría de situaciones didácticas (TSD) y/o de la teoría de la objetivación (TO),<sup>5</sup> que además permitan observar de forma crítica las comparaciones y eventuales contrastes entre las teorías mencionadas. Gracias a encuentros grupales con los docentes implicados en la investigación, y evidenciando la presencia implícita de estas teorías, se han diseñado y realizado actividades individuales y grupales que hemos denominado «laboratorios de prácticas docentes», los cuales han permitido a los profesores reflexionar de un modo más consciente sobre su quehacer en el aula ya que han sido logrados a través del diálogo y escucha constante entre ellos mismos y ver su práctica espontánea reflejada en algunos elementos de la TSD o TO.

A partir de todo lo mencionado, se plantea la pregunta de investigación que ha guiado el presente trabajo, la cual busca determinar:

¿Qué elementos teóricos de la TSD y la TO (enfatizando en los términos: sujeto, aprendizaje, enseñanza, ¿saber y conocimiento) se revelan de forma espontánea en las prácticas docentes de los profesores de básica primaria que orientan el área de matemática a partir de su postura y su quehacer docente en el aula?

En el presente capítulo tomaremos uno de los instrumentos implementados que se basa en el diseño de una clase cuyo objeto matemático se centra en perímetro y área, instrumento que nos permitió evidenciar algunos elementos del diseño a partir del análisis desde las dos teorías.

<sup>3</sup> Para aclarar algunos términos mencionados se toman textualmente las siguientes definiciones dadas en D'Amore y Fandiño (2004):

«• Convicción (*belief*) (o creencia): opinión, conjunto de juicios y de expectativas, lo que se piensa a propósito de algo;  
• El conjunto de las convicciones de alguien (A) sobre algo (T) determina la concepción (K) de A con respecto a T; si A pertenece a un grupo social (S) y comparte con los demás miembros de S el mismo conjunto de convicciones relativas a T, entonces K es la concepción de S respecto a T. Generalmente, al puesto de ‘concepción de A respecto a T’ se habla de ‘la imagen que A tiene de T’ (p. 2).»

<sup>4</sup> Ministerio de Educación Nacional (1994). Educación básica primaria: en Colombia corresponde al ciclo de los cinco (5) primeros grados de la educación básica- Grado 1º a 5º. (Ley 115. Art. 21).

<sup>5</sup> En adelante nos referiremos a las teorías según sus letras iniciales; TSD para referirnos a la Teoría de Situaciones Didácticas y TO para la Teoría de la Objetivación.

## Marco teórico

En esta sección se presentan algunos aspectos teóricos que fundamentan la comparación entre teorías, el diseño de situaciones y/o tareas, fundamentado desde las dos teorías, además de la postura tomada frente a la práctica docente.

### 1. El problema de comparar teorías en Didáctica de la matemática

En este trabajo de investigación doctoral se determinan cuáles son las teorías de Didáctica de la matemática que los docentes implícitamente, y en ocasiones sin conocimientos específicos, utilizan de manera espontánea.

Para que el investigador sea totalmente consciente y seguro de reconocer elementos significativos de la una o de la otra teoría, o de ambas, hay que poner en evidencia los elementos significativos, las componentes esenciales, las características de cada una de las dos teorías; la base de esta diferencia es compleja, pero de extraordinaria importancia, en esta investigación. Sobre la base de la actitud, de la acción, de las declaraciones espontáneas de los sujetos (docentes de matemática de primaria) de la investigación, hay que reconocer y determinar si hay y cuál es su elección espontánea de una teoría. Entonces delineamos en pocas líneas en este párrafo las características de las teorías que hemos elegido como base.

Las teorías en Didáctica de la matemática son numerosas y su diversidad es actualmente un tema muy debatido a nivel internacional. Nos centramos en nuestro trabajo de investigación principalmente en dos: la teoría de las situaciones (TSD) y la teoría de la objetivación (TO).

Según Radford (2017b, p.220) “La comprensión de los fenómenos que se investigan sólo se puede lograr en el contexto de principios generales; tales principios pueden ser abstractos en el sentido aristotélico o inductivos en el sentido baconiano, pero también pueden ser otra cosa”.

Una teoría, por tanto, incluye necesariamente principios, o más bien, un sistema de principios organizados conceptualmente (P), pero también incluye, como afirma Radford (2008b), plantillas de preguntas de investigación (D) y una metodología (M). El sistema de principios P incluye las construcciones clave sobre las cuales se basan los principios. La Metodología M incluye las técnicas de recolección, análisis e interpretación de datos, hechos o evidencia empírica que sustentan las respuestas a las preguntas de investigación D. Los tres componentes (P, D, M) de una teoría T se relacionan dialécticamente entre sí, se modifican o cambian en relación con los resultados que produce la teoría; en otras palabras, cada teoría evoluciona con el tiempo.

En particular, los principios generales de la teoría de las situaciones didácticas (Brousseau, 1986, 1997) y los de la teoría de la objetivación (Radford, 2002, 2006a, b, 2013, 2014) nos permiten resaltar las similitudes y diferencias entre los dos enfoques teóricos en los cuales se centra este tema. Con base en lo reportado en Brousseau (1997), Radford (2008a, 2011), D'Amore y Radford (2017), entre los principios de estas teorías se pueden identificar los siguientes:



## 1.1 Principios de la teoría de las situaciones didácticas (de carácter cognitivo)

P1. Una situación, es decir, “el conjunto de circunstancias en las que se encuentra el estudiante, las relaciones que lo unen a su medio, el conjunto de ‘datos’ que caracterizan una acción o una evolución” (Brousseau, 1997, p. 214), constituye una situación problemática cuando requiere una adaptación, una respuesta, por parte del alumno. En particular, una situación de enseñanza es “una situación en la cual hay una manifestación directa o indirecta de la voluntad de enseñar. En general, en una situación didáctica se puede identificar al menos una situación problemática y un contrato didáctico” (p. 214). Una situación a-didáctica (liberada de la explicitud de su intencionalidad didáctica) es en cambio una situación en la cual el profesor “ha conseguido ocultar su voluntad y su intervención como factores determinantes de lo que el alumno debe hacer” (p. 236); es decir, es una situación en la cual el profesor se abstiene de sugerir lo que quiere obtener del alumno, los conocimientos matemáticos que pretende sacar de la situación problemática en cuestión, para que el alumno pueda adaptarse a esta situación.

P2. Cuanto más claramente explica el maestro lo que quiere, más le dice al alumno exactamente qué decir o hacer, y más evita que el alumno entienda realmente y, por lo tanto, que aprenda con sentido. Esta es la *paradoja de la devolución* (Brousseau, 1986). La devolución es “el acto por el cual el profesor hace que el alumno acepte la responsabilidad de una situación o problema de aprendizaje (a-didáctico), y acepta las consecuencias de transferir esta responsabilidad” (Brousseau, 1997, p. 230). Junto a la situación de devolución, en la cual el docente logra que el alumno acepte el desafío de involucrarse personalmente en una situación problemática, asumiendo la responsabilidad de su resolución, se encuentra la situación de institucionalización, en la cual el docente identifica, reconoce y organiza los saberes que surgen de la situación problemática propuesta, vinculándola al conocimiento matemático compartido o aceptado a nivel institucional.

P3. El conocimiento es la respuesta “óptima” a una situación problemática determinada. Para obtenerlo, “el maestro debe siempre ayudar al alumno a despojar a la situación de todos sus artificios didácticos lo más rápido posible para dejarle un conocimiento personal y objetivo” (Brousseau, 1997, p. 31).

P4. El aprendizaje es una forma de adaptación cognitiva a una situación problemática. La construcción de sentido “implica una interacción constante entre el estudiante y las situaciones problema, una interacción dialéctica (...) en la cual [el estudiante] involucra sus conocimientos previos, los somete a revisión, los modifica, los completa o los rechaza para formar nuevas concepciones” (Brousseau, 1997, pp. 82–83).

## 1.2 Principios de la teoría de la objetivación (de carácter sociocultural)

P1. El conocimiento es la actualización o materialización del saber (entendido como pura posibilidad, o como una secuencia de acciones histórica y culturalmente codificada) que se logra a través de la actividad (entendida como trabajo conjunto) de estudiantes y docentes que



---

piensan, sienten, interactúan y actúan juntos en el proceso de actualización o materialización del conocimiento.

P2. El aprendizaje se concibe tanto en términos de procesos de objetivación - procesos que involucran conocimiento, en los cuales uno se vuelve progresiva y críticamente consciente de sistemas de ideas, significados culturales, formas de pensamiento y acción a través del uso de diferentes medios semióticos - tanto en términos de procesos de subjetivación - procesos que conciernen al sujeto, su relación con un mundo que le es externo, o más bien “procesos de creación de un yo particular (y único)” (D'Amore y Radford, 2017, p. 122).

P3. En los procesos de objetivación y subjetivación, estudiantes y docentes utilizan diversos tipos de medios semióticos de objetivación (palabras, gestos, artefactos, símbolos matemáticos, gráficos, ...), que incorporan formas codificadas de reflexión y acción, histórica y culturalmente constituidas, permiten la adquisición progresiva por parte de los estudiantes de formas culturalmente codificadas de acción y reflexión (Radford, 2008c).

P4. El aprendizaje no es un proceso de adaptación cognitiva individual del estudiante en total autonomía, sino que es una “adaptación a través de mecanismos sociales a un mundo de prácticas culturales” (D'Amore y Radford, 2017, p. 116) que se manifiesta en los procesos de objetivación y subjetivación.

Radford (2017) afirma que una teoría T1 puede parecer “en resonancia” con otra teoría T2. Esta resonancia es parte de un fenómeno general que él llama afinidad (Radford, 2017). La similitud puede manifestarse a nivel de metodología, principios teóricos y/o preguntas de investigación. Sin embargo, en general, el significado de un objeto O es diferente en las dos teorías, ya que el objeto O suele encontrarse en “lugares” diferentes en T1 y en T2, es decir, la forma en cual se concibe O en T1 no puede coincidir con la aquella en la cual O se concibe en T2.

En particular, no es posible importar directamente un objeto que sea parte de una teoría a otra teoría. La razón es que una teoría es un sistema. Las preguntas de investigación se formulan buscando que tengan sentido dentro de los conceptos y el vocabulario de los principios teóricos; asimismo, la metodología está profundamente ligada a principios teóricos, que no constituyen un conglomerado de enunciados teóricos. La naturaleza sistémica de una teoría descarta un homomorfismo de amplio alcance que generalmente preserva el significado (Radford, 2017, p. 224).

La comparación entre teorías no presupone la invariancia de todos los componentes intensionales de los términos o predicados compartidos por las teorías, sino sólo una estabilidad “inter-teórica” de significado, determinada por los componentes referenciales de la intención de ciertos predicados (términos que expresan propiedades, relaciones o funciones) que pueden ser reconocidos como empíricos (es decir, predicados operacionales). En otras palabras, la comparación entre teorías no presupone que los mismos términos utilizados en las diferentes teorías de una determinada disciplina tengan el mismo significado; de lo contrario, la comparación sería imposible y ni siquiera se podría hablar de progreso científico. Así, la



existencia de cierta relatividad semántica o variación en el significado de los conceptos al pasar de una teoría a otra no implica ni la no comparabilidad ni la incommensurabilidad de las teorías.

En el caso de TSD, entre los objetos, conceptos o constructos específicos se encuentran, como se sabe, los siguientes: situación didáctica, situación a-didáctica, medio, contrato didáctico, cláusulas, efectos, devolución, obstáculo (epistemológico, didáctico, ontogenético), institucionalización, ingeniería didáctica.

Entre los objetos, conceptos o constructos específicos de la TO se encuentran en cambio, como se sabe, los siguientes: actividad, trabajo conjunto, objetivación, medios semióticos de objetivación, subjetivación, enajenación.

Son comunes a ambas teorías los términos que se refieren a saber, aprender, con distintas intensiones (de carácter cognitivo o sociocultural) en función de la estructura o red lógica en la que se encuentran inmersos.

Las dos teorías, TSD y TO, comparten algunos conceptos con el mismo significado referencial, independientemente del contexto de las respectivas teorías, es decir, conceptos con un “núcleo estable” de significado (vinculado a las actividades que se desarrollan en el aula en un determinado ámbito matemático), contenidos, en particular a la resolución de problemas); otros conceptos (incluso si tienen el mismo nombre) en cambio tienen diferentes componentes referenciales (aprender, saber, por ejemplo).

En otras palabras, las dos teorías, si bien son incommensurables en un sentido muy estricto, comparten algunos predicados operativos que permiten comparar algunos de sus enunciados. Por tanto, la TSD y la TO son parcialmente comparables.

Además, dado que al menos un principio (o enunciado que resulta como consecuencia lógica de los principios) de la primera teoría es rechazado por la segunda (por ejemplo, el relativo a la autonomía del estudiante), la TSD y la TO son parcialmente compatibles.

Las dos teorías, en todo caso, permiten ampliar el conocimiento de algunos de sus referentes, tanto teóricos (anclados a los respectivos principios básicos) como empíricos (anclados a la experiencia operativa o empíricamente accesible), destacando diferentes aspectos y arrojando una nueva luz sobre objetos de conocimiento, también a través de la comunicación de sus distintas dimensiones explicativas, siendo una de carácter descriptivo-explicativo (el TSD), la otra de carácter normativo-explicativo (el TO) (Asenova, D'Amore, Fandiño Pinilla, Iori, Santi, 2020). Por lo tanto, la TSD y la TO tienen propósitos explicativos parcialmente similares.

## 2. Sobre el diseño de situaciones – TSD

### 2.1 ¿Qué es una situación?

Para Brousseau (2007, p. 17) una situación es

un modelo de interacción entre un sujeto y un medio determinado. El recurso de que dispone el sujeto para alcanzar o conservar en este medio un estado favorable es una gama de decisiones que



dependen del uso de un conocimiento preciso. La situación es, entonces, un entorno del alumno diseñado y manipulado por el docente, que la considera como una herramienta”.

## 2.2 Situación didáctica y situación adidáctica

Según Barreiro y Casetta (2012), la TSD presta especial atención en la producción autónoma que el estudiante realiza al enfrentarse a una situación problemática de la cual se apropiá e intenta dar solución. Esta interacción del estudiante con el problema permite que se generen condiciones bajo las cuales emerge el conocimiento matemático. Para ello la TSD propone una de las nociones básicas la de situaciones didácticas cuya definición se establece considerando las interacciones entre alumno, docente y medio.

Una definición precisa acerca de las situaciones didácticas que señala Brousseau, (1982 apud Gálvez, 1994, p 42), es la siguiente:

Un conjunto de relaciones establecidas explícita y/o implícitamente entre un alumno o un grupo de alumnos, un cierto medio (que comprende eventualmente instrumentos u objetos) y un sistema educativo (representado por el profesor) con la finalidad de lograr que estos alumnos se apropien de un saber constituido o en vías de constitución.

No obstante, no podemos desconocer que las TSD menciona que no es posible transmitir de manera directa el saber al estudiante y por lo tanto se hace necesario generar una estrategia indirecta la cual consiste en crear las condiciones del aprendizaje por adaptación a través de una situación adidáctica que prioriza la interacción del estudiante con un medio para resolver un problema.

## 2.3 El medio

Mangiante et al (2018, apud Marie y Perrin, 1994, p.7) acerca del medio mencionan

El medio representa los elementos de la realidad material e intelectual con los que los estudiantes interactúan al resolver una tarea. Estos elementos pueden comprender: materiales o simbólicos herramientas proporcionadas (artefactos, textos informativos, datos, etc.); conocimientos previos de los estudiantes; otro estudiantes; y disposición del salón de clases y reglas para operar en la situación.

## 2.4 Situación fundamental

Para Brousseau (1994), “Cada conocimiento puede caracterizarse por una (o varias) situación adidáctica que conserve el sentido y que llamaremos situación fundamental”. p11. La situación fundamental es aquella en que el conocimiento que se quiere enseñar emerge como la solución óptima (Barreiro y Casetta, 2012, p. 17).

## 2.5 Las situaciones de acción, formulación y validación

Según La TSD distingue tres tipos de situaciones: acción, formulación y validación, a continuación comentamos las características centrales de ellas. Barreiro y Casetta, (2012).



- En una situación de acción, el estudiante obtiene conocimientos implícitos como instrumento de acción sobre un medio el cual le brinda información del entorno a sus acciones. La finalidad de las situaciones de acción es el “hacer”.
- En una situación de formulación el estudiante elabora conjeturas teniendo en cuenta las acciones realizadas sobre el problema y se crea la necesidad de comunicarlas, exigiendo que formule sus ideas que se derivan de la confrontación entre el medio y los conocimientos implícitos para ser expresados. La finalidad de las situaciones de formulación es “comunicar”.
- En una situación de validación, continua con el proceso de comunicación , las conjeturas y afirmaciones de los grupos se explicitan para el resto, con el objetivo de llegar a un acuerdo acerca de su veracidad por lo que se ven obligados a argumentar y a confrontar a otros y decidir. La función de las situaciones de validación es “defender” las acciones.

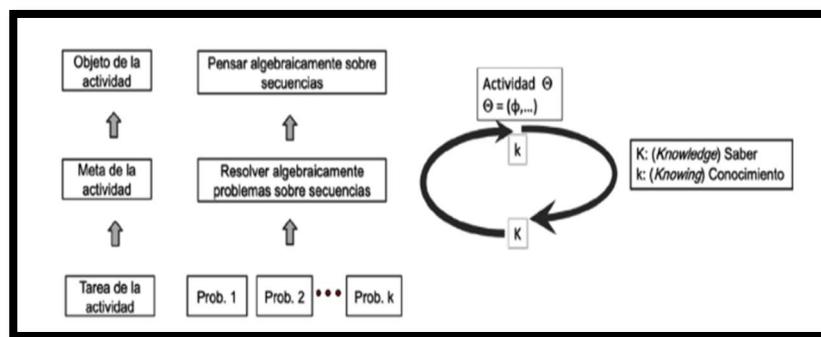
### 3. Sobre el diseño de tareas – TO

Radford (2023, p. 163) plantea las siguientes preguntas que orientan el diseño de tareas:

P1: ¿Qué pautas deben tenerse en cuenta para elegir los problemas matemáticos que los estudiantes deberán resolver? P2: ¿En qué orden se presentan los problemas a los estudiantes? Sin embargo, como no podemos pensar en la dimensión matemática sin pensar también en la dimensión social, tenemos que plantear otra pregunta: P3: ¿Qué formas de colaboración humana pueden ayudar a los estudiantes a afrontar estos problemas?

Además menciona tres aspectos que son base para el diseño de tareas: consideraciones generales, consideraciones relativas a los problemas matemáticos y consideraciones sobre las formas de colaboración humana previstas.

i. Consideraciones generales: las cuales incluyen (a) los presaberes de los estudiantes para aprovechar y determinar con cuáles están familiarizados y que les permita “sumergirse” en la actividad, de otro modo puede suceder que la abandonen y no se logren las metas y objetivos del docente (véase la figura 16) y (b) integrar, de ser posible el uso de artefactos concretos, tecnológicos, entre otros.



Tomada de Radford (2023)-Figura 16. Izquierda: estructura  $\Phi$  de la actividad; derecha: actividad  $\Theta$  en sí misma;  $\Theta$  es una función del proyecto didáctico y de otras variables. (p. 111).

ii. Consideraciones relativas a los problemas matemáticos: incluyen problemas que:

- (a) sean interesantes y de interés para los estudiantes; problemas matemáticos lúdicos o narrativos que incentiven a la reflexión matemática, además que contenga niveles de conceptualización que propendan un acercamiento paulatino con el saber histórico-



cultural y sugiere tres niveles. El primero de ellos se relaciona con la experiencia sensual concreta en la cual el estudiante experimenta y reflexiona a través del uso de materiales concretos. El segundo nivel involucra la reflexión teórica apoyada en objetos concretos que conlleven a vínculos con el significado del objeto matemático, y el tercer nivel surge con la manipulación de símbolos matemáticos aumentando sus conocimientos previos a un aprendizaje más consciente. Además el autor señala que estos niveles no requieren de un orden estricto e incluso pueden surgir de forma simultánea durante la actividad de enseñanza-aprendizaje.

- (b) brinden la oportunidad para que el estudiante tenga un encuentro con el saber matemático a profundidad.
- (c) se organicen según una unidad conceptual y contextual, planteando preguntas que estén interrelacionados entre sí y teniendo en cuenta que se refiere a “contextual” cuando se genera con un contexto que de sentido a los problemas y es “conceptual” cuando permite interrelacionar la dimensión conceptual de los problemas.
- (d) Complejidad conceptual creciente: Se inicia con los problemas menos complejos y más adelante van surgiendo los más complejos. El objetivo es que . La idea es que haciendo uso de una unidad conceptual y contextual, junto con la organización de los problemas según una complejidad conceptual creciente, los estudiantes logren de forma significativa avanzar a niveles de conceptualización cada vez más sofisticados.

iii. Consideraciones sobre las formas de colaboración humana: Con la tarea y la organización social propuesta se pretende generar el encuentro con el Otro, que implementen formas colectivas de producción de saberes y modos de colaboración humana de carácter no alienante a través de la generación de formas y medios de interacción que promuevan posiciones críticas, la solidaridad, la responsabilidad y el cuidado del otro. (p. 162-167).

#### 4. ¿Qué entendemos por práctica docente?

Tomamos la definición propuesta por García et al (2008, p. 4) quienes mencionan que la práctica docente es “el conjunto de situaciones dentro del aula, que configuran el quehacer del profesor y de los alumnos, en función de determinados objetivos de formación circunscritos al conjunto de actuaciones que inciden directamente sobre el aprendizaje de los alumnos”. Según (García Cabrero et al., 2008, p. 5), para su análisis se consideran tres dimensiones como lo son el pensamiento didáctico del profesor y la planificación de la enseñanza; la interacción educativa dentro del aula, y la reflexión sobre los resultados alcanzados valorados mediante las acciones que realiza el docente antes de su intervención didáctica; junto con la intervención que realiza el docente en el interior del aula, así como la interacción con sus estudiantes; y finalmente, al análisis sobre los resultados alcanzados y el desarrollo de su práctica.

#### Metodología:

La perspectiva metodológica se basa en el estudio empírico y la investigación cualitativa, los cuales “presentan resultados y descubrimientos, producto de recolectar y analizar datos” Hernández et al (2014, p. 66). A partir de lo anterior, se reconoce el carácter

---

colectivo e institucional de las prácticas que inciden en la forma como el docente interactúa dentro y fuera del aula.

### **i. Desarrollo teórico**

En la primera fase se construyó el marco teórico que fundamenta la investigación, se justificaron teóricamente varios de los instrumentos de recolección de datos y se determinaron algunas categorías de análisis.

### **ii. Desarrollo práctico**

Se han implementado la segunda y tercera fase que tiene relación con la entrevista semiestructurada (individual) y el análisis de casos reales que se generó a partir del primer encuentro grupal de “laboratorios de práctica docente”<sup>6</sup>. De estas dos fases hemos podido inferir que los docentes quienes orientan los grados tercero, quinto y aceleración del aprendizaje en básica primaria, de una institución pública, no cuentan con la formación matemática, ya que en su mayoría son licenciados en básica primaria con énfasis en otras áreas y por lo tanto desconocen las diferentes teorías de la didáctica de la matemática, pero si implementan de forma espontánea elementos de las TSD y/o TO.

En este momento nos encontramos implementando la cuarta fase que tiene relación con las sesiones de observación no participante en el aula, en las cuales se enfatiza en la práctica docente y para esta etapa los docentes realizan el diseño de sus clases, para posterior acompañamiento y autoevaluación<sup>7</sup> y con base en los diseños que están compartiendo centramos el análisis del presente capítulo y que describimos a continuación:

#### **Descripción y análisis del diseño de situaciones y/o tareas desde la TSD y TO**

A continuación analizamos a partir de la comparación entre las teorías qué observamos de dos diseños centrados en la enseñanza de perímetro y área para grado tercero y grado aceleración del aprendizaje<sup>8</sup>, que sirven de planeación<sup>9</sup> para las sesiones de observación no participante en el aula y posteriormente la autoreflexión por parte del docente, resaltando que

---

<sup>6</sup> Malagón (2020) propone los “Laboratorios de práctica docente con la intencionalidad que el conocimiento se construya de forma colectiva, se obtenga un análisis robusto de las categorías , halla un reflexión crítica y se diseñe con los docentes focalizados análisis reflexivos y conjuntos.

<sup>7</sup> Una vez se hayan realizado las fases anteriores procederemos al análisis crítico de los datos observados con énfasis en los elementos que se evidencian en una o en ambas teorías estudiadas y finalmente y como valor agregado la socialización de resultados que permita al docente participante conocer cuál teoría predomina espontáneamente en su práctica y deje la inquietud para profundizar en la misma, además de reflexionar entre pares algunos “hallazgos” de los objetos matemáticos desarrollados.

<sup>8</sup> Aceleración del aprendizaje “El modelo busca apoyar a niños, niñas y jóvenes de la básica primaria que están en extraedad, con el fin de que amplíen su potencial de aprendizaje, permanezcan en la escuela y se niveleen para continuar exitosamente sus estudios. Fortaleciendo la autoestima, la resiliencia, enfocándolos a construir su proyecto de vida”. Ministerio de Educación Nacional - MEN

<sup>9</sup> Cabe mencionar que se tomaron tal cual la presentaron los docentes y se han observado algunas inconsistencias conceptuales que se reflexionarán en los “laboratorios de práctica docente”, fortaleciendo la reflexión y el desarrollo conceptual.



son diseños espontáneos y que implementan los profesores de básica primaria en su práctica docente.

### Descripción de los diseños

- i. Los dos diseño inician teniendo en cuenta los referentes nacionales (Estándares básicos de competencias, derechos básicos de aprendizaje - DBA) y evidencias de aprendizaje.
- ii. Cuentan con una estructura de inicio desarrollo y cierre:
  - **Grado tercero<sup>10</sup>:** el inicio se centra en la construcción de las figuras del pentominó a partir de las condiciones dadas, se realiza de forma individual ; el desarrollo se trabaja de forma grupal formando con dos fichas del pentominó las que aparecen en la imagen, realizar el conteo de los cuadros que la conforman en la parte de adentro y contar la cantidad de lados que conforman el borde, socializan los conceptos y realizan más ejercicios de aplicación; para el cierre el estudiante de forma individual realiza una autoevaluación centrada en qué aprendió, qué no entendió y cuál es su compromiso.

<p><b>INICIO:</b> Trabajo individual.</p> <p>Construyamos doce figuras que cumplan las siguientes condiciones:</p> <p>✓ Cada figura debe estar formada por cinco cuadrados. ✓ Las figuras no pueden estar unidas de las esquinas o vértices, sino lado con lado. ✓ Al invertir, rotar o girar una figura siempre será la misma y vale por una figura.</p> <p><b>DESARROLLO: TRABAJO GRUPAL</b></p> <p>1. Se les entrega la figura del pentominó y se les pide que con dos figuras formar las siguientes imágenes<sup>11</sup>:</p> <p>Potenciales soluciones:</p> <p>2. Contar la cantidad de cuadrados que tiene cada figura (Lo de adentro). 3. Contar la cantidad de lados del cuadrado que tiene cada figura (Lo de afuera). 4. Socializar que lo de adentro en geometría recibe el nombre de área o superficie y lo de afuera de perímetro. 5. Continuar con más ejercicios de aplicación con los conceptos geométricos ya definidos:</p>	Tablero, marcador, lápiz y cuaderno
<p>Figuras y tijeras</p>	

Imagen tomada del diseño para grado tercero.

- **Grado aceleración del aprendizaje:** Inicia con una lectura general titulada “El cuadrilátero y sus amigos”, para luego preguntar ¿Qué palabras desconoce? ¿Qué palabras relaciona con geometría, puede explicarlas?; en el desarrollo se plantea por grupos y hará al azar preguntas sobre lo que recuerdan acerca de perímetro y área y posteriormente plantea la situación, una imagen del mismo y varias preguntas sobre la misma. A cada estudiante entrega una guía y por grupo un geoplano para que represente la imagen de la situación. Para el cierre de forma individual se reflexiona sobre lo que se aprendió además la reflexión sobre qué conceptos geométricos le aportaron para hallar la respuesta. Cabe aclarar que este grado desarrollo módulos

<sup>10</sup> Hacen la claridad que para el diseño tomaron elementos de la formación continua que reciben del Programa Todos a Aprender, propiamente del año 2017.



propios pero se han ido integrando o complementando con diseños como el que aquí se muestra.

El siguiente gráfico corresponde a un terreno que tiene don José para la venta, con ayuda del geoplano y los cauchos de colores elaborólo y dibújelo.

LEA ATENTAMENTE, RESPONDA Y JUSTIFIQUE SU RESPUESTA:

1. Don José necesita cercar su terreno con alambre, para hacerlo ¿cuántos metros de alambre debe comprar?
2. Observa que debe hacer un triple cercado porque con uno solamente se pasan las vacas del vecino a su terreno, ¿Cuántos metros de alambre más debe comprar?
3. Don José quiere hacer un sembradío en su terreno, ¿De qué superficie dispone para sembrar?
4. Finalmente decide sembrar espinacas ya que estuvo leyendo y encontró que son un excelente recurso natural de vitaminas, fibras y minerales. Si se puede sembrar una plántula o embrion de planta por cada  $2\text{ m}^2$ , ¿cuántas plántulas puede sembrar?

Reflexión en clase:

¿Qué conceptos geométricos utilicé para determinar la cantidad de alambre para la cerca?  
\_\_\_\_\_  
¿Qué conceptos geométricos utilicé para determinar la superficie que se podía sembrar?  
\_\_\_\_\_  
¿Qué aprendí hoy?  
\_\_\_\_\_  
¿Qué no entendí?  
\_\_\_\_\_  
¿Cuál es mi compromiso?  
\_\_\_\_\_

Imagen tomada del diseño para grado aceleración del aprendizaje.

### Análisis de lo que podemos inferir con relación a los diseños

ASPECTOS RELEVANTES DE LOS DISEÑOS	TEORÍA DE SITUACIONES DIDÁCTICAS.	TEORÍA DE LA OBJETIVACIÓN.
<ul style="list-style-type: none"><li>- Cada uno de los diseños tiene la intencionalidad de desarrollar con sus estudiantes los conceptos de perímetro y área.</li><li>- Plantea una situación a la cual darle solución.</li><li>- Hace uso de material de apoyo.</li><li>- Propone trabajo individual y grupal.</li></ul>	<p>Situación: Ya que es un recurso de interacción entre sujeto y medio dispuesto para alcanzar un objetivo “un modelo de interacción entre un sujeto y un medio determinado. Es diseñado por el docente que lo considera una herramienta.</p> <p>Situación didáctica: Plantea la interacción explícita entre estudiantes, un medio y un sistema educativo representado por el docente.</p> <p>El medio representado por elementos como el material a utilizar, indaga por conocimientos previos y dispone el aula para el desarrollo de la situación.</p>	<p>Acerca de las consideraciones generales: incluyen los presaberes, integra el uso de artefactos concretos.</p> <p>Sobre las consideraciones relativas a los problemas matemáticos: Son lúdicos, tiene un desarrollo paulatino iniciando con la experiencia sensual concreta a través del uso del material concreto y desarrolla una complejidad conceptual creciente.</p> <p>Con relación a las formas de colaboración humana, genera encuentro con el Otro a través de la interacción que promuevan la solidaridad, responsabilidad y cuidado del otro.</p>

Elaboración propia.

## Resultados parciales

A través del análisis reflexivos de las prácticas docentes se ha evidenciado que los profesores de básica primaria implementan de forma espontánea algunos elementos de la TSD y TO sin tener conocimiento de las mismas.

También se ha podido observar que a través de la interacción entre pares docentes, el escucharse mutuamente y la reflexión constante la práctica docente ha ido evolucionando, generando cambios positivos tanto en las dinámicas en el aula como en el apoyo mutuo y el interés por conocer más a profundidad el fundamento de su práctica espontánea.

La comparación entre las dos teorías a través de la práctica docente ha evidenciado que hay varios aspectos en común que se tienen entre ellas como lo son la intencionalidad por el saber y el conocimiento, el planteamiento de una situación o tarea que conlleve a un aprendizaje, el trabajo conjunto que se enriquezca a través del dialogo, entre otros.

## Consideraciones finales

En síntesis, se puede decir que la TO y la TSD comparten términos y enunciados que expresan conceptos con algunos componentes intensionales que permanecen inalterables en el paso de la una a la otra, independiente del tipo de análisis (“social” o “individual”, en palabras de Radford líneas arriba) en los cuales se centran, en particular los relacionados con saber, comprender y aprender matemática, en relación con la situación o contexto de aprendizaje. Sin embargo, los diferentes roles que juegan en las dos teorías el docente, el estudiante y el conocimiento generan componentes intensionales cambiantes en los conceptos que conforman las redes lógicas que estructuran las dos teorías, diferentes herramientas y procedimientos de análisis. Por lo tanto, TO y TSD, al tratar con objetos diferentes, no son comparables en términos de su superioridad relativa. Por otro lado, al compartir términos que expresan conceptos con componentes intensionales que mantienen una cierta estabilidad en la transición de uno a otro, los dominios de las dos teorías no están en modo alguno desconectados. En la TSD los aspectos culturales, sociales e institucionales no se descuidan, al contrario, juegan un papel relevante, incluso si los términos y declaraciones que se refieren a estos aspectos (por ejemplo: “medio”, “situación”, “institucionalización”) tienen significados diferentes, en relación con la estructura teórica en la cual se insertan. En otras palabras, la TO y la TSD son parcialmente comparables y parcialmente compatibles ya que se basan tanto en principios, términos y enunciados con significados diferentes pero con cierta estabilidad “interteórica”, como en diferentes herramientas, procedimientos, técnicas, métodos de análisis, pero con un objetivo común: incrementar la capacidad de gestión, análisis y control de situaciones o procesos de enseñanza-aprendizaje de la matemática y, de forma más general, el conjunto de conocimientos científicos en educación matemática.

Cuando nació la Didáctica de la matemática en el sentido moderno, sólo una teoría aparecía en primer plano, la TSD, esbozada rápidamente en media docena de años de intensos estudios, análisis, experimentos y reflexiones; cuando la nueva disciplina contó con el consentimiento de

---

un nutrido grupo de apasionados matemáticos, empezaron a salir a la luz muchas otras propuestas teóricas, hasta la TO.

Hemos mostrado cómo TSD y TO son parcialmente comparables y parcialmente compatibles y tienen propósitos explicativos parcialmente similares; por lo tanto, tenemos comparabilidad y no contradicción.

Son dos teorías de enorme trascendencia cultural, también críticas y concretas, de distintos períodos históricos, vivas y difundidas en la actualidad, para las cuales la investigación es continua y viva (para TSD: D'Amore y Fandiño Pinilla, 2019; para la TO: Asenova, D'Amore, Fandiño Pinilla, Iori y Santi, 2019).

Los métodos de estudio son diferentes, los análisis de las herramientas críticas objetivas son diferentes; con respecto a algunos temas, una teoría es específica y la otra no, y viceversa. Nótese, por ejemplo, la importancia estratégica y teórica que tiene la semiótica en TO y la ausencia de análisis semióticos en TSD; la importancia del concepto de aprendizaje en TO y su análisis heurístico en TSD; nótese el extremo interés por las situaciones de aula (triángulo didáctico, efectos, cláusulas, contrato didáctico) en TSD y el diferente posicionamiento de los aspectos relacionados con las situaciones de aula en TO.

La clara separación que a veces se sugiere y evoca entre las dos teorías no es tal que cree fracturas incurables o contradicciones devastadoras porque, como hemos demostrado en este artículo, realmente no existen las causas ni las circunstancias para hacerlo. Así que hemos dedicado muchas discusiones internas, análisis de artículos de investigación específicos de los dos autores principales y sus colaboradores para mostrar cuál es ahora, en nuestra opinión, el resultado interesante: no hay contradicción, de hecho, hay vínculos parciales pero efectivos entre las dos teorías.

## Referencias bibliográficas

- Asenova, M., D'Amore, B., Fandiño Pinilla, M. I., Iori, M., y Santi, G. (2020). Análisis de algunos aspectos de la teoría de la objetivación. *RECME-Revista Colombiana de Matemática Educativa: Dossier Temático Teoría de la Objetivación*, 5(2), 33-50.
- Barreiro, P. et. al. (2012). Educación matemática: aportes a la formación desde distintos enfoques teóricos. Universidad Nacional General de Sarmiento.
- Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2), 33–115.
- Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics: Didactique des mathématiques, 1970-1990*. Dordrecht: Kluwer Academic.
- D'Amore, B., y Fandiño Pinilla, M. I. (2019). An effect of the didactical contract: imagining implicit requirements (even in problems that involve real concrete situations). Un effetto del

contratto didattico: immaginare obblighi impliciti (anche in problemi che chiamano in causa situazioni reali concrete). *La matematica e la sua didattica*, 27(2), 161–196.

D'Amore, B., y Radford, L. (2017). *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: problemas semióticos, epistemológicos y prácticos*. Prefacios de: Michèle Artigue y Ferdinando Arzarello. Bogotá: DIE Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Perrin-Glorian, M. J. (1994). Théorie des situations didactiques: naissance, développement, perspectives. *Vingt ans de didactique des mathématiques en France*, 97–147.

Radford, L. (2002). The seen, the spoken and the written: A semiotic approach to the problem of objectification of mathematical knowledge. *For the Learning of Mathematics*, 22(2), 14–23.

Radford, L. (2006a). Comunicazione, apprendimento e formazione dell'io comunitario. In B. D'Amore y S. Sbaragli (Eds.), *Il convegno del ventennale. Atti del Convegno Nazionale Incontri con la Matematica* n. 20. Castel San Pietro Terme, 3-4-5 novembre 2006 (pp.-65–72). Bologna: Pitagora.

Radford, L. (2006b). Elementos de una teoría cultural de la objetivación. In L. Radford y B.

D'Amore (Eds.), *Semiotics, Culture and Mathematical Thinking* [Special Issue]. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 9(1), 103–129.

Radford, L. (2008a). The ethics of being and knowing: Towards a cultural theory of learning. In L. Radford, G. Schubring, y F. Seeger (Eds.), *Semiotics in Mathematics Education: Epistemology, History, Classroom, and Culture* (pp. 215–234). Rotterdam: Sense Publishers.

Radford, L. (2008b). Di Sé e degli Altri: Riflessioni su un problema fondamentale dell'educazione. *La matematica e la sua didattica*, 22(2), 185–205.

Radford, L. (2008c). Connecting theories in mathematics education: Challenges and possibilities. *ZDM Mathematics Education*, 40(2), 317–327.

Radford, L. (2011). La evolución de paradigmas y perspectivas en la investigación: El caso de la didáctica de las matemáticas [The evolution of paradigms and perspectives in research: The case of mathematics education]. In J. Vallès, D. Álvarez, y R. Rickenmann (Eds.), *L'activitat docent intervenció, innovació, investigació* [Teacher's activity: Intervention, innovation, research] (pp. 33–49). Girona (Spain): Documenta Universitaria.

Radford, L. (2013). Three key concepts of the theory of objectification: Knowledge, knowing, and learning. *Journal of Research in Mathematics Education*, 2(1), 7–44.

Radford, L. (2014b). De la teoría de la objetivación. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(2), 132–150.

Radford, L. (2017). Mathematics education theories: The question of their growth, connectivity, and affinity. *La matematica e la sua didattica*, 25(2), 217–228.